

**Интернет олимпиада РИТМ-МИЭТ по математике  
весна 2018**

**Заключительный тур**

1. К 2 литрам 5% раствора соли добавили 3 литра 15% раствора той же соли. Сколько процентов составляет соль в полученном растворе?

2. Решите уравнение

$$|4x^3 - 4x - \sqrt{2}| = 4x^3 + \sqrt{2}.$$

3. Найдите число целых решений системы неравенств

$$\begin{cases} x^2 - 4x - 21 > 0, \\ x^2 - 3x - 154 < 0. \end{cases}$$

4. Решите уравнение

$$2(x+2)^2 - 9(x+2)\sqrt{x+1} + 10(x+1) = 0.$$

5. Некоторое шестизначное число поделили посередине на два трехзначных числа, после чего поменяли их местами. Оказалось, что полученное шестизначное число в 6 раз больше исходного. Найдите исходное шестизначное число.

6. Решите уравнение

$$\operatorname{tg}^2 6x + \cos^2 6x + 1 = \sqrt{1 - 2\cos 2x - 4\cos x}.$$

7. Решите систему

$$\begin{cases} 5x - 6y + 4z + xy = 0, \\ 3x - 5y + z - y^2 = 0, \\ x - 4y - 2z - yz = 0. \end{cases}$$

8. В компании из 35 человек некоторые созвонились перед Новым годом. Назовем молчуном человека, который разговаривал менее чем с 12-ю другими. Назовем мрачным человека, который разговаривал только с молчунами. Известно, что в компании оказалось 9 молчунов. Чему равно наибольшее количество мрачных людей?

9. В окружности  $\alpha$  проведен диаметр  $AB$  и перпендикулярно ему хорда  $CD$ , пересекающая диаметр в точке  $E$ . Пусть  $M$  – некоторая внутренняя точка отрезка  $AE$ . Окружность  $\beta$  радиуса  $r$  касается внутренним образом окружности  $\alpha$ , отрезка  $MD$  и продолжения  $CM$ . Найдите  $r$ , если  $AM = 10$ ,  $ME = 15$ .

10. Все грани тетраэдра равны и представляют собой треугольники со сторонами 4, 5, 6. Найдите объем тетраэдра, вершинами которого являются точки пересечения медиан граней исходного тетраэдра.